

# 强跟踪多模型估计器

梁彦<sup>1</sup>, 潘泉<sup>2</sup>, 贾宇岗<sup>2</sup>, 周东华<sup>1</sup>

(1. 清华大学自动化系, 北京 100084; 2. 西北工业大学自动控制系, 陕西西安 710072)

**摘要:** 本文提出了一种基于最小二乘估计的强跟踪滤波器(STF)单重渐消因子求解方法. 从参数自适应与模型自适应有机结合的角度出发, 将 STF 与交互式多模型算法(IMM)相结合, 设计了强跟踪交互式多模型估计器(STIMME). 仿真表明: STIMME 在跟踪机动目标时, 对速度、加速度的跟踪精度明显优于传统的 IMM, 在自适应估计领域有着较好的应用前景.

**关键词:** 交互式多模型算法; 强跟踪滤波器; 机动目标跟踪; 故障诊断

**中图分类号:** TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 01-0034-04

## Strong-Tracking Multiple Model Estimator

LIANG Yan<sup>1</sup>, PAN Quan<sup>2</sup>, JIA Yu-gang<sup>2</sup>, ZHOU Dong-hua<sup>1</sup>

(1. Dept. of Automatic Control, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Dept. of Automatic Control, Northwestern Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** Firstly we analyse the properties of Strong Tracking Filter (STF) and Interacting Multiple Model Algorithm and find that STF is a parameter-adaptive algorithm and IMM is a model-adaptive algorithm. It means that they may be combined effectively. Secondly we propose a new method based on the Least-Squared Estimation to search for the fading factor in STF. After that, we design a Strong-Tracking Multiple Model Estimator (STIMME) by combining the new STF with IMM. Finally, the simulations show that STIMME greatly improves accuracy of velocity and acceleration compared with the conditional IMM when tracking the maneuvering target. And the computation burden increases only 6%.

**Key words:** interacting multiple model algorithm; strong tracking filter; tracking maneuvering targets; fault detection

### 1 引言

考虑离散的随机混合系统:

$$x(k+1) = f(k, x(k), m(k+1)) + (k, m(k+1)) q(k) \quad (1)$$

$$z(k+1) = h(k+1, x(k+1), m(k+1)) + v(k+1, m(k+1)) \quad (2)$$

其中: 状态  $x \in R^n$ , 量测  $z \in R^m$ , 输入  $u \in R^p$ ; 模型噪声  $q(k) \in R^q$  是零均值, 方差为  $Q(k)$  的高斯白噪声, 量测噪声  $v(k+1) \in R^m$  是零均值, 方差为  $R(k+1)$  的高斯白噪声,  $q(k)$  与  $v(k)$  统计独立. 系统模式  $m(k+1)$  的转移服从状态有限、时间离散的马尔可夫链, 其转移概率为:

$$P\{m_t(k+1) | m_s(k)\} = \lambda_{ts}(k) \quad (3)$$

其中:  $m_s(k)$  表示  $m(k) = s$ , 即在从  $k-1$  时刻起的一个滤波周期内,  $s$  模型与系统运动模式匹配.  $\lambda_{ts}(k)$  在实际应用中通常取常数. 模型的选择符合独立与完备性的条件, 即有:

$$\sum_{s=1}^m P\{m_s(k) | Z^k\} = 1 \quad (4)$$

$$P\{m_t(k), m_s(k) | Z^k, t = s\} = 0 \quad (5)$$

其中:  $Z^k \triangleq \{z(1), z(2), \dots, z(k)\}$  表示系统的量测集.

对于系统(1) - (2), 混合估计<sup>[1-8]</sup>把模式空间的模式决策看作是特殊的状态估计. 混合估计广泛应用于机动目标跟踪、故障的在线监控, 以及辨识未知或随机变化的噪声统计特性.

设在滤波周期  $[k, k+1]$  内, 第  $t$  个模式所对应的模型可表示为:

$$x_t(k+1) = f_t(k, x_t(k), m_t(k)) + w_t(k) q_t(k) \quad (6)$$

$$z(k+1) = h_t(k+1, x_t(k+1)) + v_t(k+1) \quad (7)$$

对系统(3) - (4)线性化, 有

$$x_t(k+1) = F_t(k) x_t(k) + B_t(k) w_t(k) + w_t(k) q_t(k) \quad (8)$$

$$z(k+1) = H_t(k+1) x_t(k+1) + v_t(k+1) \quad (9)$$

其中:  $q_t(k)$  和  $v_t(k+1)$  的方差阵分别为  $Q_t(k)$  和  $R_t(k+1)$ .

混合系统的多模型估计是近年来自适应估计领域的一个新兴研究方向<sup>[1-8]</sup>. 它特别适用于同时估计系统的状态及参数, 特别是随机突变参数. 混合估计自适应滤波在现实系统中

有着广泛的应用,如:跟踪机动目标<sup>[1~4,7,8]</sup>,在线辨识故障的发生与修复<sup>[5,6]</sup>等.然而混合系统的多模型估计不能过细建模.过细的建模会造成计算的冗余,模型之间过分的竞争,从而降低性能费用比.另外由于混合估计是基于贝叶斯推理的.贝叶斯推理要求各事件独立且完备.因而过细的建模还可能减小模型的差别造成模型的相关,从而破坏算法的最优性的基础.在故障检测领域有一种强跟踪滤波算法<sup>[9,10]</sup>.我们的研究表明:强跟踪滤波算法对状态预测相同的一类系统模式建模具有合并建模的作用.从一定意义上讲,多模型是结构自适应滤波,强跟踪滤波算法是参数自适应滤波.两者具有结合的潜力.

## 2 强跟踪滤波器及其修正

### 2.1 强跟踪滤波器

系统(6)-(7)的线性滤波方程为

$$\hat{x}_i(k+1|k+1) = \hat{x}_i(k+1|k) + K_i(k+1) \cdot z_i(k+1) \quad (10)$$

$$\hat{x}_i(k+1|k) = f_i(k, \hat{x}_i(k|k)) \quad (11)$$

$$z_i(k+1) = z(k+1) - h_i(k+1, \hat{x}_i(k+1|k)) \quad (12)$$

正交原理:滤波器(10)-(12)是 STF 的条件为滤波增益  $K_i(k+1)$  满足(13)-(14).

$$E[x(k+1) - \hat{x}_i(k+1|k+1)] \times [x(k+1) - \hat{x}_i(k+1|k+1)]^T = \min \quad (13)$$

$$E[x_i(k+1) \cdot z_i^T(k+1+j)] = 0 \quad k=0, 1, 2, \dots; j=1, 2, \dots \quad (14)$$

经过推导,可得  $K_i(k+1)$  的近似算法<sup>[9,10]</sup>.

$$V_i(k+1) = E[z_i(k+1) \cdot z_i^T(k+1)] \begin{cases} z_i(1) \cdot z_i^T(1), & k=0 \\ \frac{[V_i(k) + z_i(k+1) \cdot z_i^T(k+1)]}{1 + \lambda_i}, & k \geq 1 \end{cases} \quad (15)$$

$$N_i(k+1) = V_i(k+1) - R_i(k+1) - H_i(k+1) \cdot z_i(k) \cdot Q_i(k) \cdot z_i^T(k) \cdot H_i^T(k+1) \quad (16)$$

$$M_i(k+1) = [M_i^j(k+1)] = F_i(k) \cdot P_i(k|k) \cdot F_i^T(k) \cdot H_i^T(k+1) \cdot H_i(k+1) \quad (17)$$

$$\lambda_i(k+1) = \frac{\text{tr}[N_i(k+1)]}{\sum_{i=1}^n \lambda_i(i) \cdot M_i^i(k+1)} \quad (18)$$

$$\lambda_i(k+1) = \begin{cases} \lambda_i(i) \cdot \lambda_i(k+1), & \lambda_i(i) \cdot \lambda_i(k+1) > 1 \\ 1, & \lambda_i(i) \cdot \lambda_i(k+1) \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$z_i(k+1) = \text{diag}\{z_i(k+1)(1), z_i(k+1)(2), \dots, z_i(k+1)(n)\} \quad (20)$$

$$P_i(k+1|k) = z_i(k+1) \cdot F_i(k) \cdot P_i(k|k) \cdot F_i^T(k) + z_i(k) \cdot Q_i(k) \cdot z_i^T(k) \quad (21)$$

$$S_i(k+1) = H_i(k+1) \cdot P_i(k+1|k) \cdot H_i^T(k+1) + R_i(k+1) \quad (22)$$

$$K_i(k+1) = P_i(k+1|k) \cdot H_i^T(k+1) \cdot S_i(k+1)^{-1} \quad (23)$$

$$P_i(k+1|k+1) = [I_n - K_i(k+1) \cdot H_i(k+1) \cdot P_i(k+1|k)] \quad (24)$$

其中:衰减因子  $\lambda_i(k+1) \cdot \lambda_i(i) \geq 1$ ,  $I_n$  为  $(n \times n)$  的单位阵,  $\lambda_i$  为

遗忘因子,  $\lambda_i(i) \geq 1, i=1, 2, \dots, n$ , 是由先验信息预先决定的系数.在所有系数  $\lambda_i(i)$  取“1”的情况下,基于多重渐消因子的 STF 演化为基于单个渐消因子的 STF 算法,它具有很好的跟踪性能.

### 2.2 修正的 STF

滤波新息的理论方差应与实时辨识出的方差相匹配.即有

$$H_i(k+1) \cdot z_i(k) \cdot F_i(k) \cdot P_i(k|k) \cdot F_i^T(k) \cdot H_i^T(k+1) = V_i(k+1) - R_i(k+1) - H_i(k+1) \cdot z_i(k) \cdot Q_i(k) \cdot z_i^T(k) \cdot H_i^T(k+1) \quad (25)$$

利用  $z_i(k+1) = z_i(k+1) \cdot \text{diag}\{\lambda_i(1), \dots, \lambda_i(n)\}$ , 得  $z_i(k+1) \cdot z_i(k+1) = N_i(k+1) \quad (26)$

其中

$$z_i(k+1) = H_i(k+1) \cdot z_i(k) \cdot F_i(k) \cdot P_i(k|k) \cdot F_i^T(k) \cdot H_i^T(k+1) \quad (27)$$

$$N_i(k+1) = V_i(k+1) - R_i(k+1) - H_i(k+1) \cdot z_i(k) \cdot Q_i(k) \cdot z_i^T(k) \cdot H_i^T(k+1) \quad (28)$$

$$z_i = \text{diag}\{\lambda_i(1), \dots, \lambda_i(n)\} \quad (29)$$

由  $z_i(k+1)$  及  $N_i(k+1)$ , 我们可以构造如下的向量

$$\phi_i(k+1) = \begin{bmatrix} z_i(k+1)[1, 1] \\ \dots \\ z_i(k+1)[1, m] \\ \dots \\ z_i(k+1)[m, 1] \\ \dots \\ z_i(k+1)[m, m] \end{bmatrix}, \quad z_i(k+1) = \begin{bmatrix} N_i(k+1)[1, 1] \\ \dots \\ N_i(k+1)[1, m] \\ \dots \\ N_i(k+1)[m, 1] \\ \dots \\ N_i(k+1)[m, m] \end{bmatrix}$$

利用最小二乘法,有

$$z_i(k+1) = (\Phi_i^T(k+1) \cdot \Phi_i(k+1))^{-1} \cdot \Phi_i^T(k+1) \cdot z_i(k+1) = \frac{\sum_{i,j=1}^m z_i(k+1)[i, j] \cdot N_i(k+1)[i, j]}{\sum_{i,j=1}^m z_i^2(k+1)[i, j]} \quad (30)$$

其它公式与标准 STF 相同.由式(15)可以看出,标准 STF 仅用到了  $z_i(k+1)$  及  $N_i(k+1)$  得对角线元素;而我们的修正 STF 用到了  $z_i(k+1)$  及  $N_i(k+1)$  的所有元素.这意味着:修正 STF 利用了更多的信息.

## 3 强跟踪交互式多模型算法(SIMM)

在多模型估计中,IMM 较为优越<sup>[1~7]</sup>.对于系统(6)-(7),将 IMM 与修正的 STF 相结合,可得 SIMM 如下

步骤 1.输入交互

$$\hat{x}_{s|k}(k|k) \triangleq E[x(k)|m_s(k+1), Z^k] = \sum_{s=1}^m u_{s|t}(k) \cdot \hat{x}_s(k|k) \quad (31)$$

$$u_{s|k}(k) \triangleq P\{m_s(k)|m_t(k+1), Z^k\} = \frac{1}{u_t^0(k)} \cdot u_s(k) \quad (32)$$

$$P_t^0(k|k) \triangleq E\{[\hat{x}_t(k|k) - x(k)][\hat{x}_t(k|k) - x(k)]^T | m_t(k+1), Z^k\} = \sum_{s=1}^m u_{s|t}(k) \cdot P_s(k|k) + [\hat{x}_s(k|k) - \hat{x}_t^0(k|k)] \cdot [\hat{x}_s(k|k) - \hat{x}_t^0(k|k)] \cdot J^T \quad (33)$$



$$u_i^0(k) \triangleq P\{m_i(k+1) | Z^k\} = \sum_{s=1}^m u_s(k) \quad (34)$$

其中  $\hat{x}_i(k|k) \triangleq E[x(k) | m_i(k), Z^k]$ ,  
 $P_i(k|k) \triangleq E\{[\hat{x}_i(k|k) - x(k)][\hat{x}_i(k|k) - x(k)]^T | Z^k\}$ ,  
 $u_s(k) \triangleq P\{m_s(k) | Z^k\}$ ,  $Z^k \triangleq [z(1), z(2), \dots, z(k)]$ .

步骤 2: 滤波

对于第  $i$  个滤波器, 由公式 (12) 可得  $\hat{x}_i(k+1)$ , 由公式 (11) 可得  $\hat{x}_i(k+1|k)$ .

如果该滤波器不是 STF, 则

$$P_i(k+1|k) = F_i(k) P_i(k|k) F_i^T(k) + \sigma_i(k) Q_i(k) \sigma_i^T(k) \quad (35)$$

如果该滤波器是 STF, 由公式 (12), (15), (16), (27) 及 (30) 可得  $\hat{x}_i(k+1)$ .

$$i(k+1|j) = \begin{cases} 0, & \text{如果 } i \neq j \\ 1, & \text{如果 } i=j \text{ 且 } i(i), i(k+1) \leq 1 \\ i(i), i(k+1), \text{其它} \end{cases} \quad (36)$$

由公式 (21) 及式 (35) 可得  $P_i(k+1|k)$ .

在获得  $P_i(k+1|k)$  后, 由公式 (22) - 式 (24) 及式 (10) 可得各子滤波器的估计.

步骤 3: 模型概率更新

基于第  $i$  个模型的似然函数为

$$i(k+1) \triangleq P\{z(k+1) | m_i(k+1), Z^k\} = N[z(k+1) : 0, S_i(k+1)] \quad (37)$$

其中  $N[\cdot]$  为高斯分布.

模型概率更新方成为

$$u_i(k+1) = \frac{1}{c(k+1)} i(k+1) u_i^0(k) \quad (38)$$

其中  $c(k+1) = \sum_i i(k+1) u_i^0(k)$ .

步骤 4: 输出交互

$$\hat{x}(k+1|k+1) = E[x(k+1) | Z^{k+1}] = \sum_i \hat{x}_i(k+1|k+1) u_i(k+1) \quad (39)$$

$$P(k+1|k+1) = \sum_i [P_i(k+1|k+1) + \sigma_i(k+1) \sigma_i^T(k+1)] \cdot u_i(k+1) \quad (40)$$

其中  $\sigma_i(k+1) = \hat{x}_i(k+1|k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)$ .

4 仿真

在仿真中, 标准 IMM 与 STMME 均按式 (5) - 式 (6) 构造两个子滤波器. 他们共同的仿真参数为

$$F_2 = \begin{bmatrix} 1 & t_s & \frac{1}{2} t_s^2 \\ 0 & 1 & t_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} t_s^2 \\ t_s \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} t_s^2 \\ t_s \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & t_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad [i, j] = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.02 & 0.98 \end{bmatrix}$$

仿真次数为 100,  $\hat{x}_1(k) = \hat{x}_2(k) = 0$ ,  $t_s = 1s$ ,  $u_1(0) = u_2(0) = 0$ ,  $R = 10000m^2$ , 目标的初始速度  $v_0 = 450m/s$ , 轨迹 1 目标的速度  $a(t) = 80m/s^2$  (if  $40s < t \leq 60s$ ) or  $0m/s^2$  (if  $0s < t \leq 40s$ )

or  $60s < t \leq 80s$ ; 轨迹 2 目标加速度  $a(t) = 60 \cos(0.13t) m/s^2$  (if  $40s < t \leq 100s$ ) or  $0m/s^2$  (if  $0s < t \leq 40s$ )

IMM 的仿真参数为  $Q_1 = 100m^2/s^4$ ,  $Q_2 = 4000m^2/s^4$ . STMME 的仿真参数为  $Q_1 = 0m^2/s^4$ ,  $Q_2 = 100m^2/s^4$ . STMME 的第二个子滤波器为 STF, 其参数为  $\sigma_2 = 0.8$ ,  $\sigma_2 = I_3$ .

我们采用两种典型的目标运动轨迹. 图 1 (a) ~ (d) 为轨迹 1 仿真; 图 2 (a) ~ (d) 为轨迹 2 仿真.

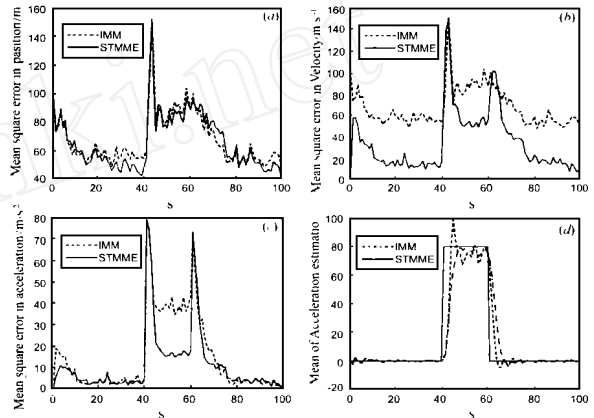


图 1 (a) 位置估计的均方根误差; (b) 速度估计的均方根误差; (c) 加速度估计的均方根误差; (d) 加速度估计的均值

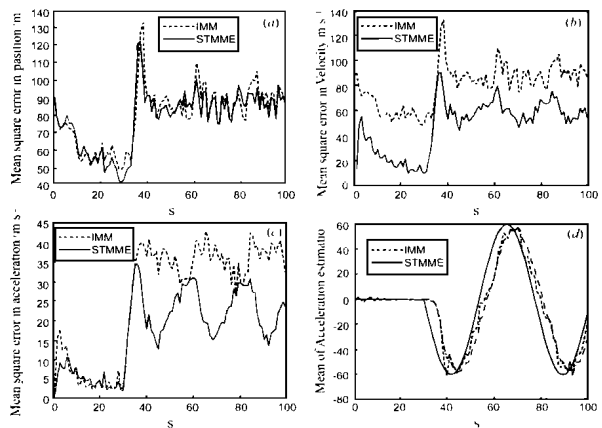


图 2 (a) 位置估计的均方根误差; (b) 速度估计的均方根误差; (c) 加速度估计的均方根误差; (d) 加速度估计的均值

表 1 计算量比较

IMM/STMME	x	÷	+	-	Exp.	√
输入交互	54/54	2/2	35/35	11/11	0/0	0/0
滤 波	55/63	8/10	34/35	8/9	0/0	0/0
概率更新	4/4	7/7	1/1	1/1	2/2	2/2
输出交互	9/9	0/0	4/4	0/0	0/0	0/0
总 计	122/130	17/19	74/75	20/21	2/2	2/2

从上述仿真看, 强跟踪交互式多模型算法的位置精度略优于交互式多模型算法, 而在速度及加速度上精度明显改善. 这是因为强跟踪滤波器使滤波参数更具自适应性与鲁棒性, 而交互式多模型算法由于模型噪声统计特性的非自适应性, 算法不得不在稳态精度与动态性能之间权衡取舍.

首先, 我们统计加减乘除. 乘除运算一般需要 4 个指令周

期,若加减运算需要 1 个指令周期,则与交互式多模型算法相比,强跟踪交互式多模型算法计算量增加不足 6%;若加减运算需要 2 个指令周期,则与交互式多模型算法相比,强跟踪交互式多模型算法计算量增加约 6%。考虑开方及指数运算,强跟踪交互式多模型算法增加的计算量比上述值还小。

## 5 总结

本文通过对强跟踪滤波器(STF)及交互式多模型算法(IMM)的分析研究,提出了一种基于最小二乘估计求解单重渐消因子的 STF,并将它与交互式多模型算法(IMM)相结合,提出了强跟踪交互式多模型算法,从而实现了参数自适应与模型自适应的有机结合,有效地减少了 IMM 的模型集元素的个数,同时拓展了强跟踪滤波器的应用范围。仿真表明:该算法在跟踪机动目标时,对速度,加速度的跟踪精度明显优于传统的 IMM,在自适应估计领域有着较好的应用前景。

## 参考文献:

- [ 1 ] Bar-shalom Y, et al. Multitarget-Multisensor Tracking: Principle and Techniques [M]. Storrs, CT: YBS publishing, 1995.
- [ 2 ] Li X R. Hybrid estimation techniques. Control and Dynamic Systems [J], 1996, 76.
- [ 3 ] Mazor E, et al. Interacting multiple model methods in multiple-multiple tracking: a survey [J]. IEEE Trans on AES, 1998, 34(1): 103 - 122.
- [ 4 ] Pan Q, et al. Performance analysis of interacting multiple model algorithm [A]. Proceedings of the 14<sup>th</sup> World Congress of International Federation of Automatic Control [C]. Beijing: IFAC, 1999: 163 - 168.
- [ 5 ] Pan Q, et al. Fault detection and identification of dynamic systems using multiple model adaptive estimation [A]. Proceedings of IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes. Hull, United Kingdom: IFAC [C], 1997: 1153 - 1158.
- [ 6 ] 丁振, 潘泉, 张洪才, 戴冠中. 新息滤波交互式多模型噪声辨识算法 [J]. 电子学报, 1997, 25(5): 95 - 98.
- [ 7 ] 梁彦, 潘泉, 张洪才, 戴冠中. 常增益交互式多模型算法 [J]. 控制理论与应用, 1999, 16(5): 659 - 663.
- [ 8 ] 梁彦, 谭伟, 潘泉, 张洪才. 两级交互式多模型算法 [J]. 自动化学报, 2001, 27(5): 651 - 656.
- [ 9 ] Zhou D H, et al. Extension of Friedland's separate-bias estimation to randomly time-varying bias for nonlinear systems [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1993, 38(8): 1270 - 1273.
- [ 10 ] Zhou D H, et al. Fault diagnostics and fault tolerant control [J]. IEEE Trans on AES, 1998, 34: 420.

## 作者简介:



梁彦 男, 1971 年生, 1998 年西北工业大学硕士毕业, 2001 年西北工业大学博士毕业, 现为清华大学自动化系博士后研究人员, 研究的方向: 多目标跟踪, 数据融合, 贝叶斯网络。



潘泉 男, 1961 年生, 博士生导师, 主持和负责国家自然科学基金, 国防预研基金, 跨世纪杰出青年基金和国防九五攻关等多项课题, 获得国家及省部级科技进步奖 5 项, 第六届青年科技奖, 光华奖。在国内外发表论文近百篇。目前的研究方向为: 多目标跟踪, 多传感器数据融合, 智能信息处理, 子波理论及应用, 多尺度估计理论。

贾宇岗 男, 1979 年生于陕西户县, 2000 年西北工业大学本科毕业, 现为西北工业大学模式识别与智能系统专业硕士生。目前的研究方向为: 多目标跟踪, 信息融合, 信息处理。

周东华 男, 1963 年生, 博士生导师, IEEE 高级会员, 中国自动化学会副秘书长, 主持和负责国家自然科学基金和跨世纪杰出青年基金等多项课题, 曾获得国家及省部级科技进步奖 2 项, 德国洪堡研究奖学金, 第六届青年科技奖, 国家杰出青年基金, 在国内外发表论文百余篇, 主要研究领域: 故障诊断, 多尺度估计理论。